[L&W-I] - Equivalentiebewijs

Door: Mathijs de Jong (V1A)

**Inleiding**

Het doel van deze opdracht is om te bewijzen dat de wet van Peirce een tautologie is in de propositielogica. Er moet aangetoond worden dat (((p → q) → p) → p) ≡ ⊤, door enkel gebruik te maken van de herschrijfregels beschreven in stelling 2.3.2 van de reader.

We beginnen met de linkerhelft van de stelling, (((p → q) → p) → p), en versimpelen deze stap voor stap met behulp van de herschrijfregels tot het gewenste eindresultaat, ⊤. We hebben dan bewezen dat de wet van Peirce een tautologie is.

1. (((p → q) → p) → p) Beginsituatie
2. ((p → q) → p) → p Buitenste haakjes verwijderd (deze zijn overbodig)
3. ((¬p ∨ q) → p) → p Regel 7 toegepast
4. (¬(¬p ∨ q) ∨ p) → p Regel 7 toegepast
5. ¬(¬(¬p ∨ q) ∨ p) ∨ p Regel 7 toegepast
6. (¬¬(¬p ∨ q) ∧ ¬p) ∨ p Regel 9 toegepast
7. ((¬p ∨ q) ∧ ¬p) ∨ p Regel 1 toegepast
8. ((¬p ∨ q) ∨ p) ∧ (¬p ∨ p) Regel 12 toegepast
9. ((¬p ∨ q) ∨ p) ∧ (p ∨ ¬p) Regel 2 toegepast
10. ((¬p ∨ q) ∨ p) ∧ ⊤ Regel 16 toegepast
11. ((¬p ∨ q) ∨ p) Regel 1 toegepast
12. (¬p ∨ q) ∨ p Buitenste haakjes verwijderd (deze zijn overbodig)
13. (q ∨ ¬p) ∨ p Regel 2 toegepast
14. q ∨ (¬p ∨ p) Regel 5 toegepast
15. q ∨ (p ∨ ¬p) Regel 2 toegepast
16. q ∨ ⊤ Regel 16 toegepast
17. ⊤ Regel 16 toegepast

**Conclusie**

We hebben (((p → q) → p) → p) nu omgeschreven naar ⊤ door enkel gebruik te maken van de herschrijfregels uit stelling 2.3.2 van de reader. Daarmee hebben we dus bewezen dat (((p → q) → p) → p) ≡ ⊤, oftewel, dat de wet van Peirce een tautologie is.